Puissances

Objectifs du chapitre :

- Objectif 1 : N28 – Notion de puissance
- Objectif 2 : N29 – Règles de puissances, cas général
- Objectif 3 : N29 – Règles de puissances, puissances de 10
- Objectif 4 : N30 – Notation scientifique

Objectif 1 : N28 – Notion de puissance

Je sais que :

a désigne un nombre relatif et ***n*** un entier positif, non nul.
a^n est une puissance et se lit « a exposant n ».

a^n désigne le produit de ***n*** facteurs égaux à ***a***.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \ldots \times a \times a}_{\text{n facteurs}}$$

a^{-n} est l'inverse de a^n.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \frac{1}{\underbrace{a \times a \times \ldots \times a \times a}_{\text{n facteurs}}}$$

J'observe les exemples :

$$4^3 = 4 \times 4 \times 4$$

$$(-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = (-3)^4$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{8}$$

$$(-5)^{-2} = \frac{1}{(-5)^2} = \frac{1}{(-5) \times (-5)} = \frac{1}{25}$$

Objectif 2 : N29 – Règles de puissances, cas général

J'observe les exemples :

$$5^2 \times 5^4 = (5 \times 5) \times (5 \times 5 \times 5 \times 5) = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^6$$

On remarque que 2+4 = 6

On peut donc raccourcir le calcul de la façon suivante : $5^2 \times 5^4 = 5^{(2+4)} = 5^6$

$$\frac{2^7}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times \cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}}{\cancel{2} \times \cancel{2} \times \cancel{2}} = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^4$$

On remarque que 7-3 = 4

On peut donc raccourcir le calcul de la façon suivante : $\frac{2^7}{2^3} = 2^{(7-3)} = 2^4$

$$4^3 \times 5^3 = (4 \times 4 \times 4) \times (5 \times 5 \times 5) = (4 \times 5) \times (4 \times 5) \times (4 \times 5) = (4 \times 5)^3$$

On remarque que l'exposant reste 3.

On peut donc raccourcir le calcul de la façon suivante : $4^3 \times 5^3 = (4 \times 5)^3$

Objectif 3 : N29 – Règles de puissances, puissances de 10

Je sais que :

Pour tout nombre entier ***n***

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots \times 10 \times 10}_{\text{n facteurs}} = \underbrace{100\ldots00}_{\text{n zéros}}$$

et

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0{,}0\ldots01}_{\text{n zéros}}$$

J'observe les exemples :

$10^2 = 10 \times 10 = \underbrace{100}_{\text{2 zéros}}$ $\quad$ $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = \underbrace{1000}_{\text{3 zéros}}$ $\quad$ $10^6 = \underbrace{1\ 000\ 000}_{\text{6 zéros}}$

$10^{-2} = \frac{1}{10 \times 10} = \underbrace{0{,}01}_{\text{2 zéros}}$ $\quad$ $10^{-3} = \frac{1}{10 \times 10 \times 10} = \underbrace{0{,}001}_{\text{3 zéros}}$ $\quad$ $10^{-6} = \underbrace{0{,}000\ 001}_{\text{6 zéros}}$

Objectif 4 : N30 – Notation scientifique

Je sais que :

La **notation scientifique** d'un nombre est son écriture sous la forme $a \times 10^n$ avec

a est un nombre décimal ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule**

et

n est un nombre entier (positif ou négatif)

Cette écriture est **unique.**

J'observe les exemples :

Dans 14256 le 1 est en 5ème position en partant de la droite
Donc on peut écrire : $14256 = 1{,}4256 \times 10^5$

Dans $0{,}0123$ le 1 est en 2ème position après la virgule
Donc on peut écrire : $0{,}0123 = 1{,}23 \times 10^{-2}$

La notation scientifique **donne une idée** de l'ordre de grandeur d'un nombre.
$4{,}5678 \times 10^6$ est de l'ordre de $4 \times 10^6 = 4\ 000\ 000$.