

Objectifs du chapitre :

- Objectif 1 : Je connais mes formules de trigonométrie
- Objectif 2 : Je sais calculer un côté d'un triangle rectangle
- Objectif 3 : Je sais déterminer la mesure d'un angle aigu d'un triangle rectangle.

Trigonométrie - 1

Formule de trigonométrie

Notion Essentielle :

Si un triangle est rectangle, **alors** il existe trois rapports de longueurs pour un angle donné.

$$\sin(\text{angle}) = \frac{\text{côté Opposé à l'angle}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\cos(\text{angle}) = \frac{\text{côté Adjacent à l'angle}}{\text{Hypoténuse}}$$

$$\tan(\text{angle}) = \frac{\text{côté Opposé à l'angle}}{\text{côté Adjacent à l'angle}}$$

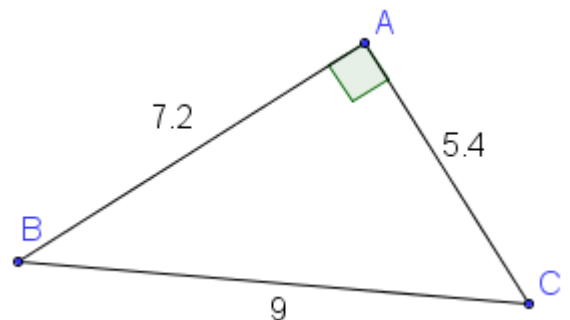
On peut utiliser l'outil mnémotechnique : «Soh Cah Toa » pour :

- « Sinus opposé hypoténuse »
- « Cosinus adjacent hypoténuse »
- « Tangente opposé adjacent »

Exemples :

ABC est un triangle rectangle en A.

[CB] est son hypoténuse.



$$\sin(\hat{B}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{B}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{CB} = \frac{5,4}{9} = 0,6$$

$$\sin(\hat{C}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{C}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{CB} = \frac{7,2}{9} = 0,8$$

$$\cos(\hat{B}) = \frac{\text{côté Adjacent à } \hat{B}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AB}{CB} = \frac{7,2}{9} = 0,8$$

$$\cos(\hat{C}) = \frac{\text{côté Adjacent à } \hat{C}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{CB} = \frac{5,4}{9} = 0,6$$

$$\tan(\hat{B}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{B}}{\text{côté Adjacent à } \hat{B}} = \frac{AC}{AB} = \frac{5,4}{7,2} = 0,75$$

$$\tan(\hat{C}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{C}}{\text{côté Adjacent à } \hat{C}} = \frac{AB}{AC} = \frac{7,2}{5,4} = \frac{4}{3} \approx 1,33$$

Trigonométrie - 2

Calculer la longueur d'un côté

Notion Essentielle :

En utilisant le bon rapport trigonométrique on peut calculer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle en connaissant seulement une longueur et la mesure d'un angle aigu.

Exemples :

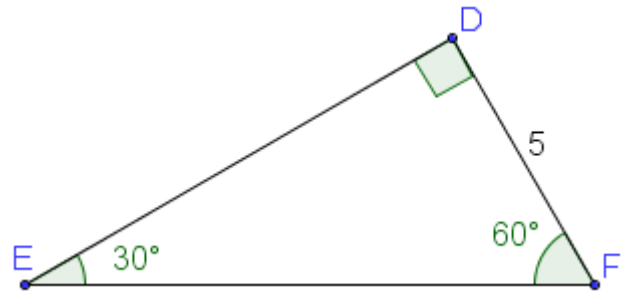
DEF est un triangle rectangle en D.
[EF] est son hypoténuse.

Pour calculer DE à l'aide de \hat{F} :
Je connais un angle **opposé** et la longueur de son côté **adjacent**.

$$\tan(\hat{F}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{F}}{\text{côté Adjacent à } \hat{F}} = \frac{DE}{DF}$$

$$\tan(60^\circ) = \frac{DE}{5}$$

$$DE = 5 \times \tan(60^\circ) \approx 8,66$$



Pour calculer EF à l'aide de \hat{F} :
Je connais \hat{F} et la longueur de son côté **adjacent**.

[EF] est l'**hypoténuse**.

$$\cos(\hat{F}) = \frac{\text{côté Adjacent à } \hat{F}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{DF}{EF}$$

$$\cos(60^\circ) = \frac{5}{EF}$$

$$EF = \frac{5}{\cos(60^\circ)} = \frac{5}{0,5} = 10$$

Pour calculer DE à l'aide de \hat{E} :
Je connais un angle **adjacent** et la longueur de son côté **opposé**.

$$\tan(\hat{E}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{E}}{\text{côté Adjacent à } \hat{E}} = \frac{DF}{DE}$$

$$\tan(30^\circ) = \frac{5}{DE}$$

$$DE = \frac{5}{\tan(30^\circ)} \approx 8,66$$

Pour calculer EF à l'aide de \hat{E} :
Je connais \hat{E} et la longueur de son côté **opposé**.

[EF] est l'**hypoténuse**.

$$\sin(\hat{E}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{E}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{DF}{EF}$$

$$\sin(30^\circ) = \frac{5}{EF}$$

$$EF = \frac{5}{\sin(30^\circ)} = \frac{5}{0,5} = 10$$

Trigonométrie - 3

Calculer la mesure d'un angle

Notion Essentielle :

En utilisant le bon rapport trigonométrique on peut calculer la mesure d'un angle d'un triangle rectangle en connaissant seulement deux longueurs.

Exemples :

ABC est un triangle rectangle en A.

[BC] est son hypoténuse.

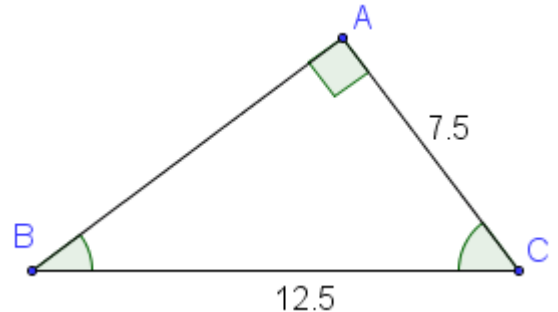
Pour calculer \hat{B} :

Je connais le côté **opposé** et la longueur de l'**hypoténuse**.

$$\sin(\hat{B}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{B}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\sin(\hat{B}) = \frac{7,5}{12,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\hat{B} = \arcsin(\hat{B}) = \arcsin(0,6) \approx 36,87^\circ$$



Pour calculer \hat{C} :

Je connais le côté **adjacent** et la longueur de l'**hypoténuse**.

$$\cos(\hat{C}) = \frac{\text{côté Adjacent à } \hat{C}}{\text{Hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\cos(\hat{C}) = \frac{7,5}{12,5} = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$\hat{C} = \arccos(\hat{C}) = \arcsin(0,6) \approx 53,13^\circ$$

KLM est un triangle rectangle en K.

[LM] est son hypoténuse.

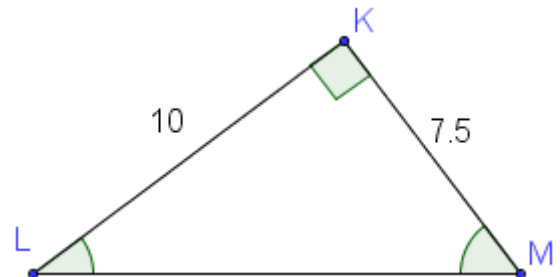
Pour calculer \hat{L} :

Je connais le côté **opposé** et le côté **adjacent**.

$$\tan(\hat{L}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{L}}{\text{côté Adjacent à } \hat{L}} = \frac{KM}{KL}$$

$$\tan(\hat{L}) = \frac{7,5}{10} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$\hat{L} = \arctan(\hat{L}) = \arctan\left(\frac{3}{4}\right) \approx 36,87^\circ$$



Pour calculer \hat{M} :

Je connais le côté **opposé** et le côté **adjacent**.

$$\tan(\hat{M}) = \frac{\text{côté Opposé à } \hat{M}}{\text{côté Adjacent à } \hat{M}} = \frac{KL}{KM}$$

$$\tan(\hat{M}) = \frac{10}{7,5} = \frac{4}{3}$$

$$\hat{M} = \arctan(\hat{M}) = \arcsin\left(\frac{4}{5}\right) \approx 53,13^\circ$$